

Propuesta de Trabajo Fin de Grado, curso académico 2020-21.

Profesor: Javier Ramos Maravall.

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 1.

Tema específico.

Tema: El problema de Kakeya en cuerpos finitos.

Prerrequisitos: Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. Estar cursando la asignatura de Variable Real vendría bien también.

Resumen: El trabajo tratará sobre el problema de Kakeya, que intenta estimar el tamaño de conjuntos que tienen segmentos unitarios apuntando en todas las direcciones. Este problema ha atraído el interés de los más célebres matemáticos en los últimos 50 años, incluidos tres galardonados con la medalla Fields.

En particular, se buscará entender el trabajo de Dvir sobre el conjunto de Kakeya en cuerpos finitos. En sólo 4 páginas y con un argumento simple y nuevo en el área, el llamado método polinomial, Dvir resolvió la conjetura sobre la cota óptima sobre el tamaño de estos conjuntos. Este método además ha supuesto una revolución que ha permitido avanzar en otros muchos problemas famosos.

Contenidos:

Operadores maximales direccionales y operador maximal de Kakeya.

Conjuntos de Besicovitch y Nikodym. Dimensión de Hausdorff.

El operador maximal de Kakeya en cuerpos finitos. El método polinomial. Prueba del resultado óptimo.

Bibliografía:

Dvir, Z.: On the size of Kakeya sets in finite fields. *J. Amer. Math. Soc.* 22 (2009), n. 4, 1093--1097

T. Tao, Lecture notes on restriction, *Math 254B, Spring 1999.*

Wolff, T.: University Lecture Series. Vol. 29: Lectures on harmonic analysis. American Mathematical Society, Providence, RD, 2003